Ile kosztuje opcja kupna indeksu WIG?

Karol Życzkowski

Kraków, 31 stycznia 1997

Artykuł opublikowany w "Rzeczypospolitej" 10.04.1997

W maju 1885 (!) *The Economist* informował o wzroście zainteresowania opcjami kupna i sprzedaży papierów wartościowych na giełdzie nowojorskiej. Sto lat później, w latach osiemdziesiątych naszego wieku, nastąpił gwałtowny rozwój rynku pochodnych instrumentów finansowych *(derivative financial instruments)*. Obok opcji kupna i sprzedaży papierów wartościowych (lub innych instrumentów pierwotnych) oraz kontraktów terminowych *forward* i *futures* pojawiają się kontrakty wymiany *swap*, opcje na stopy procentowe *cap, floor, collar*, opcje na swap (*swaption*), opcje na futures, opcje złożone i egzotyczne, a rynek nadal wymusza tworzenie nowych instrumentów pochodnych.

Co to są instrumenty pochodne?

Kontrakty terminowe **forward** i **futures** zobowiązują obie strony do zawarcia w określonej przyszłości transakcji przy ustalonej cenie instrumentu pierwotnego (np. towaru, walut, obligacji). *Forward* jest kontraktem zawieranym bezpośrednio pomiędzy kupującym i sprzedającym, a *futures* jest kontraktem pośrednim, którym można obracać na giełdzie. Z kolei **opcja** daje nabywcy prawo zakupu (opcja *call*) lub sprzedaży (opcja *put*) instrumentu finansowego przy ustalonej cenie wykonania (*striking price*) w określonym czasie. Opcja *amerykańska* pozwala na dokonanie transakcji w dowolnym czasie do dnia wygaśnięcia opcji (*maturitry*), podczas gdy posiadacz opcji *europejskiej* może ją wykonać wyłącznie w dniu jej wygaśnięcia (nazwy opcji nie są związane z kontynentem, gdzie ich się używa). Przedmiotem opcji są przeważnie akcje, obligacje, kursy walut, towary, indeksy giełdowe (w tym przypadku wykonanie opcji polega na rozliczeniu kontraktu), a także same opcje i inne instrumenty pochodne.

Na czym polega atrakcyjność instrumentów pochodnych?

Na ich uniwersalności. Instrumenty pochodne dostarczają inwestorom bardzo szerokich możliwości działania: pozwalają zarówno na osłonę, czyli zabezpieczenie się przed niekorzystnymi zmianami cen na rynku, jak i na spekulację charakteryzującą się znacznym ryzykiem.

Można założyć, że osoby wydające sporo pieniędzy na ubezpieczenia nie często grają w gry hazardowe. Natomiast ten sam pochodny instrument finansowy przez jednych może być użyty w celu obniżenia ryzyka inwestycji (mierzonego przez wielkość rozrzutu możliwych zysków i strat), a przez innych w celu zwiększenia zysków przy akceptacji większego ryzyka.

Osłona przed ryzykiem a spekulacja

Rozważmy przykład kontraktu terminowego. Firma produkująca kable kupuje miedź w kontrakcie bezpośrednim (*forward*) z terminem dostawy za 6 miesięcy, aby zabezpieczyć się przez wzrostem cen surowca. Z drugiej strony producent sprzedaje towar w transakcji terminowej, aby asekurować się przed możliwym spadkiem cen. Natomiast dla handlującego miedzią, który jest przekonany o zwyżce cen tego surowca w bliskiej przyszłości, taki kontrakt stwarza szansę wysokiej stopy zysku. Zamiast kupować surowiec (i ponosić koszty jego przechowywania) inwestor podpisuje kontrakt kupna z sześciomiesięcznym terminem jego realizacji (*long forward*). Ta strategia jest ryzykowna, ale przynosi zysk, jeżeli za pół roku rynkowa wartość surowca przekroczy cenę ustaloną w kontrakcie.

Oczywiście łatwo wskazać strategię przeciwną, która pozwala na skorzystanie z przewidywanego spadku cen. Inwestor podpisuje kontrakt sprzedaży w przyszłości (*short forward*) przy ustalonej cenie surowca. Jeżeli jego cena istotnie spadnie, wtedy szczęśliwy spekulant w dniu wygaśnięcia kontraktu może taniej zakupić towar (lub instrument finansowy, będący przedmiotem spekulacji) i natychmiast odsprzedać go drożej po cenie ustalonej w kontrakcie forward. W przeciwnym wypadku inwestor zanotuje straty, gdyż zobowiązany jest sprzedać towar poniżej aktualnej ceny rynkowej.

Także opcje wykorzystywać można zarówno do osłony i zabezpieczenia pozycji (*hedging*), jak i do ryzykownych spekulacji. Inwestor kupujący akcje ma na ogół nadzieję na wzrost ich wartości. Aby jednak zabezpieczyć się przed spadkiem cen, może dodatkowo zakupić opcję sprzedaży (*put option*) np. z ceną realizacji opcji równą bieżącej cenie akcji. W tym przypadku opcję porównać można do ubezpieczenia samochodu. Jeżeli "wszystko pójdzie dobrze" (samochodu nie ukradną, akcje pójdą w górę) inwestor poniesie wyłącznie z góry określone koszty (wartość ubezpieczenia, cena nie wykorzystanej opcji). Natomiast jeśli sprawy potoczą się gorzej (samochód ukradną, a wartość akcji zmniejszy się dwukrotnie), to przezorny inwestor nie straci, wykorzystując swą opcję sprzedaży. Zmniejszeniu ryzyka służyć też może opcja kupna. Dla importera płacącego rachunki w obcej walucie, zakup opcji kupna waluty stanowi asekurację przed szybkim wzrostem jej ceny.

Z drugiej strony, inwestor obstawiający wzrost cen akcji może nabyć, w celach spekulacyjnych, opcje kupna akcji. Takie postępowanie przynieść może niezwykle korzystną relację zysków do nakładów, gdyż uzyskujemy dochód z akcji płacąc za opcję zwykle ułamek wartości akcji. Dla tej strategii dobrze pasuje określenie *spekulacja*, gdyż jeśli cena akcji spadnie poniżej ceny wykonania, to wartość opcji spadnie do zera. Tak więc inwestycje w pochodne instrumenty finansowe *mogą być* bardzo ryzykowne, ale o ryzyku decyduje sposób ich stosowania.

Instrumenty pochodne a matamatyka

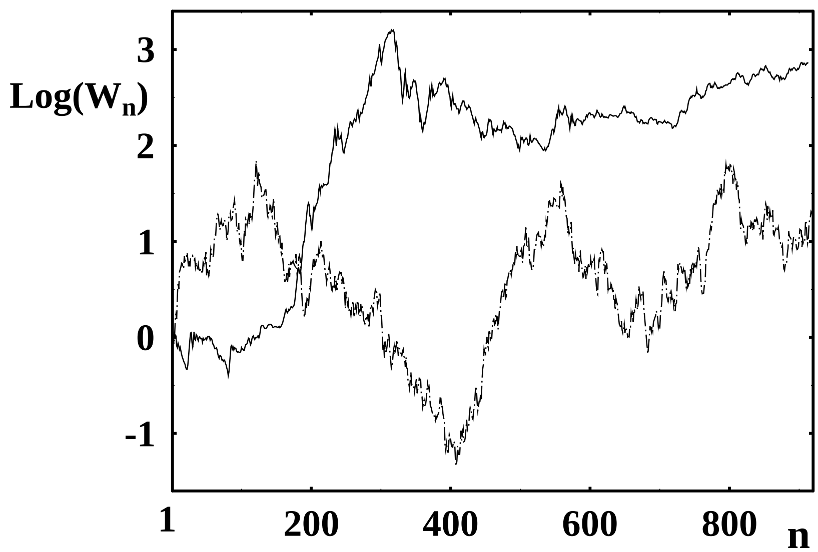
Z rynkiem pochodnych instrumentów finansowych wiąże się wiele zagadnień ekonomicznych i prawnych, a także matematycznych. Jednym z ważniejszych problemów współczesnej matematyki finansowej jest pytanie: **Ile warto zapłacić za daną opcję?** Od czego zależy jej wartość?

Opcję można porównać do zakładu: czy w chwili, gdy wygasa ważność opcji, cena instrumentu pierwotnego przekroczy cenę wykonania? Jaki jest związek pomiędzy przedmiotem zakładu, a wartością nagrody? W przypadku typowego zakładu dwojga dzieci, którzy zakładają się o lody, że jedno z nich wdrapie się na drzewo, trudno dopatrzyć się takiej relacji. Jeżeli jednak rozważymy rzut monetą i zakład: "wypadnie orzeł", to oczywiste jest, że zakład jest "sprawiedliwy", gdy wnoszący do gry złotówkę otrzyma z puli dwa złote za każdego pojawiającego się orła. W rozumowaniu uwzględniamy rachunek prawdopodobieństwa: przy tak sformułowanym zakładzie, obaj grający "średnio" uzyskają tyle samo, gdyż wartość oczekiwana wygranej wynosi zero.

Rozważmy teraz rzut jedną kostką i zakład: "wypadnie szóstka". Jeśli takie wydarzenie nagradzane jest wypłatą sześciu złotych, to sprawiedliwa cena zakładu wynosi złotówkę. Przy wyższej cenie zakładu (lub, jak w ruletce, przy niższej wypłacie) każdy gracz przegra, grając odpowiednio długo. Z drugiej strony, cena zakładu poniżej złotówki jest dla naszego gracza korzystna, co nie znaczy, że grając raz czy dwa nie może przegrać. Dopiero gdy gra powtarzana jest wiele razy, a wpływ czynnika losowego uśrednia się, grający ma podstawy twierdzić, że inwestycje w zakłady na takich warunkach są korzystne.

W podobny sposób można próbować ustalić "sprawiedliwą" cenę opcji: średni zysk sprzedającego opcję winny być równy zeru, to jest równy średniemu zyskowi nabywcy opcji. Aby przy pomocy metod matematycznych móc szacować zyski sprzedających opcje należy poczynić pewne założenia dotyczące charakteru zmian cen akcji na rynku.

W roku 1900 ukazała się w Paryżu rozprawa Louisa Bachelier pod znamiennym tytułem "*Teoria spekulacji*". Autor pracy założył, że fluktuacje cen na rynku można opisywać procesami stochastycznymi (zwanymi *procesami Markowa*), w których zmiany cen są od siebie niezależne, a więc cena jutrzejsza zależy tylko od ceny dzisiejszej, a nie zależy od ceny wczorajszej i wcześniejszych. Bachelier obliczał prawdopodobieństwo wykonania opcji i szacował jej wartość modelując rynek procesem, nazwanym później procesem Wienera, w którym zmiany cen akcji są niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie normalnym. Praca ta była pierwszym zastosowaniem teorii procesów stochastycznych do konkretnego zagadnienia ekonomicznego. Dopiero kilka lat później metody stochastyczne znalazły zastosownie w fizyce, gdy Smoluchowski i Einstein rozwinęli teorię ruchów Browna. Podobieństwo pomiędzy charakterem wykresu cen akcji a przykładową trajektorią fluktuującej cząstki nie jest więc przypadkowe. Poniższy rysunek pokazuje zmiany cen logarytmu indeksu Warszawskiego Indeksu Giełdowego (WIG) w czasie (kolejny numer notowania) oraz przykładową realizację uogólnionego procesu Wienera (krzywa przerywana).



Teoria Blacka–Sholesa

W latach siedemdziesiątych teoria opcji została rozwinięta przez Blacka i Scholesa, którzy założyli, że *względna* zmiana cen akcji dana jest rozkładem Gaussowskim, a zmiany *logarytmu* z ceny akcji opisywane są procesem Wienera. Przy założeniach tzw. idealnego rynku (brak kosztów transakcji, brak dywidend i kosztów przechowywania, dowolna podzielność akcji, krótka sprzedaż dopuszczona bez ograniczeń, stałe oprocentowanie pożyczki równe oprocentowaniu depozytu) Black i Sholes wyprowadzili wzory na ceny europejskich opcji kupna i sprzedaży. W teorii B–S wartość opcji zależy wyłącznie od bieżącej ceny akcji, ceny realizacji opcji, okresu ważności opcji, stopy procentowej oraz współczynika zmienności (*volatility*), który charakteryzuje wielkość fluktuacji cen akcji.

Aby w praktyce stosować wzory B–S należy wyznaczyć współczynnik zmienności akcji z jej dotychczasowej historii. W krajach o rozwiniętym rynku instrumentów pochodnych częste jest także postępowanie odwrotne: ceny prostych opcji kupna i sprzedaży, wyznaczone przez rynek, traktuje się jako dane i na ich podstawie wyznacza się indukowany współczynnik zmienności (*implied volatility*). Wielkość ta, zawierająca informacje, jak rynek ocenia zmienność cen akcji, używana jest przez banki i instytucje finansowe do wyznaczenia cen opcji egzotycznych, przygotowywanych specjalnie na życzenie danego klienta, który chce równocześnie zabezpieczyć się przed różnymi zdarzeniami.

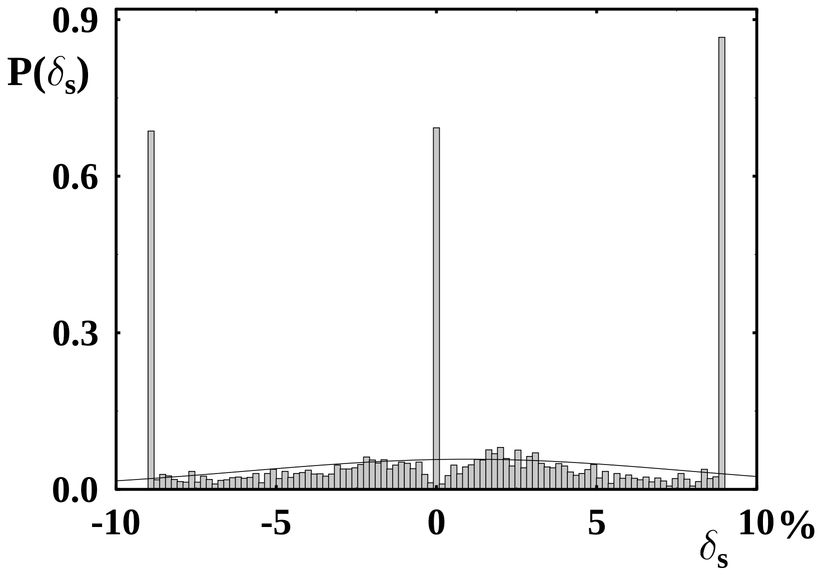
Teoria Blacka–Sholesa oparta jest o koncepcje *rynku efektywnego*, na którym nie istnieją możliwości arbitrażu. Jeżeli bowiem pojawiła by się taka możliwość, to natychmiast zostanie ona wykorzystana przez uczestników rynku, którzy kupując taniej i sprzedając drożej doprowadzają rynek do stanu równowagi. Ideę "rynku efektywnego" można więc porównać do znanego w fizyce pojęcia równowagi termodynamicznej: bryła lodu wrzucona do naczynia z ciepłą wodą topi się, a temperatura w naczyniu wyrównywuje się. Jeżeli w wyniku przypadkowych zderzeń cząstek pojawi się lokalny wzrost (spadek) temperatury, to seria kolejnych zderzeń cząstek doprowadzi do ustalenia się temperatury na poziomie równowagi.

Teoria B–S przewiduje idealną osłonę (*perfect hedging*) dla instytucji (inwestora) sprzedającego opcję. Oznacza to, że wybierając optymalną strategię portfela (w zależności od aktualnej ceny akcji część pieniędzy zainwestowana jest w akcje, a pozostała część w obligacje) można, w teorii, zredukować do zera ryzyko wystawiającego opcję związane z wahaniami cen akcji.

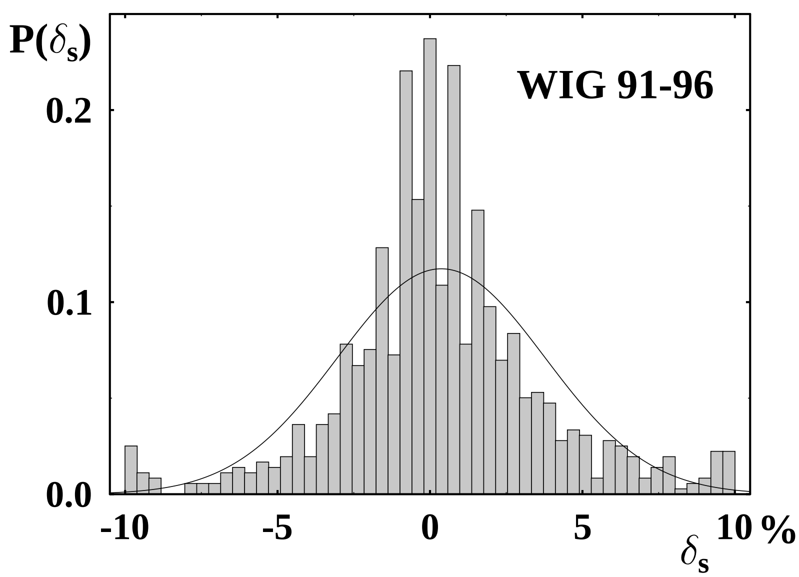
W ciągu ostatnich dwudziestu lat opublikowano kilkaset prac z zakresu matematyki instrumentów pochodnych. Dużą wagę przywiązuje się do uogólnień modelu B–S mających na celu lepszy opis rzeczywistych cech rynku. Przykładowo rozważa się poprawki do wzorów B–S związane z kosztami transakcji, wypłacaniem dywidend, zmiennymi stopami procentowymi czy zależnym od czasu współczynnikiem zmienności cen akcji. Wiele prac "doświadczalnych" dotyczy matematycznego opisu zmian cen na istniejących rynkach papierów wartościowych, a więc zbadaniu rozkładów prawdopodobieństwa i korelacji zmian cen akcji.

Zmienność cen na giełdzie w Warszawie

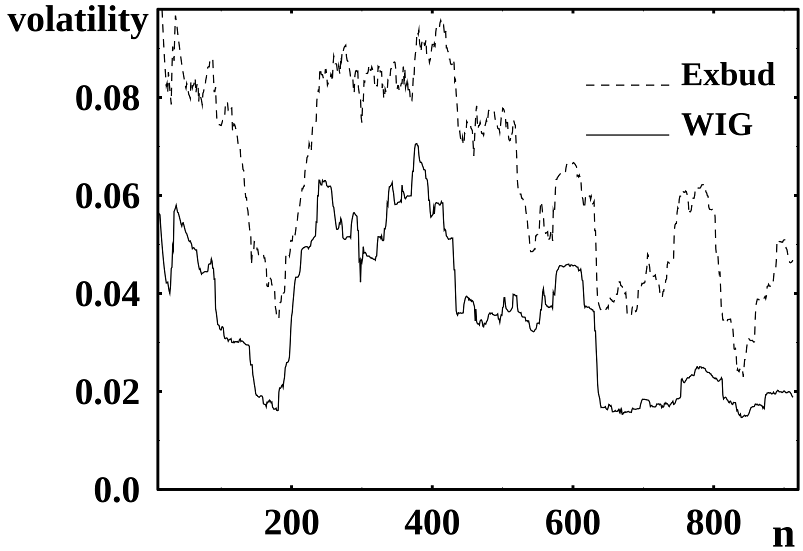
Niektóre modele uwzględniają odchylenia rozkładu względnych zmian cen akcji od rozkładu Gaussa. Efekt ten mógłby mieć pewne znaczenie w przypadku akcji obracanych na giełdzie w Warszawie: poniższy rysunek ukazuje łączny rozkład względnych zmian cen 19 papierów najdłużej notowanych na giełdzie za lata 1991-95. Skrajne piki rozkładu (przy $\delta = \pm 10\%$) wynikają z dziennych ograniczeń wielkości zmian, a wierzchołek środkowy wydaje się być związany z dyskretnym charakterem notowań (inwestor składający zlecenie na dzień następny sugeruje się dzisiejszą ceną akcji).



Warszawski indeks giełdowy (WIG), obliczany jako ważona średnia z kursu różnych akcji, fluktuuje mniej, niż ceny poszczególnych akcji. Rozkład względnych zmian indeksu jest bliższy rozkładowi Gaussa, jak pokazano na kolejnym rysunku. Współczynnik zmienności WIGu jest mniejszy, niż współczynnik zmienności cen pojedyńczej akcji.



Wbrew założeniom teorii B-S, współczynniki zmienności na giełdzie nie są stałe, lecz zmieniają się w czasie. Poniższy rysunek przedstawia *volatility* dla WIGu (grubsza krzywa) i przykładowej akcji (Exbud - krzywa przerywana), uśredniane po ruchomym przedziale 60 notowań, w funkcji kolejnego numeru notowania. Największa zmienność charakteryzowała pamiętny okres pierwszej połowy roku 1994. Obecnie współczynnik zmienności WIGu stabilizuje się na poziomie poniżej 2% dziennie.



Model Blacka–Sholesa stanowi więc daleką idealizację rzeczywistego rynku papierów wartościowych. Dlatego też wyprowadzone wzory na ceny opcji, także te otrzymane w wyniku poszerzenia teorii B–S, należy traktować jako wzory przybliżone. Dla praktyków stanowią one cenną pomoc umożliwiającą konstrukcję i wycenę nowych instrumentów pochodnych, oraz ułatwiają interpretacje cen opcji dostępnych na rynku.

Instrumenty pochodne w Polsce

Kilka banków w Polsce oferuje obecnie terminowe transakcje walutowe oraz opcje walutowe. Ponadto już we wrześniu 1995 Polski Bank Rozwoju oferował europejską opcję kupna indeksu WIG. Z powodów formalnych sprzedaż tych opcji została wstrzymana i nie została wznowiona po dziś dzień. Mam nadzieję, że pod wpływem "ciśnienia rynku" przeszkody formalne utrudniające obrót pochodnymi instrumentami finansowymi zostaną zniesione. Jestem przekonany, że w Polsce *derywaty* zrobią tak samo szybką karierę, jak w wielu innych krajach. Odpowiedź na tytułowe pytanie niniejszego artukułu zostanie wtedy udzielona przez sam rynek, a taką informację każdy będzie mógł znaleźć np. na łamach "Rzeczypospolitej".

Notka o autorze: dr hab. Karol Życzkowski pracuje w Instytucie Fizyki UJ (e-mail: karol@chaos.if.uj.edu.pl). Zajmuje się chaosem i fizyką statystyczną, a także matematyką finansowc a. Jest autorem dwóch prac z teorii opcji. Organizuje **Sympozjum Matematyki Finansowej**, które odbędzie się na Uniwersytecie Jagiellońskim w dniach 10-12 kwietnia 1997. Zobacz stronę w internecie: http://www.im.uj.edu.pl/im/conferences/smf